

УДК 524.7-77; 524.8

ПОИСК СКУЧИВАНИЯ ФОНОВЫХ ОБЪЕКТОВ ВОКРУГ ДАЛЁКИХ РАДИОГАЛАКТИК МЕТОДОМ MST

© 2015 Т. В. Кешелава^{1,2*}, О. В. Верходанов^{3**}¹Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, 119992 Россия²Астрокосмический центр ФИАН, Москва, 117997 Россия³Специальная астрофизическая обсерватория РАН, Нижний Архыз, 369167 Россия

Поступила в редакцию 27 января 2015 года; принята в печать 18 мая 2015 года

Методом минимального остовного дерева (minimal spanning tree — MST) по снимкам обзора SDSS исследуются статистические свойства фоновых объектов окружения далеких радиогалактик ($0.3 \leq z \leq 1.2$). Несмотря на то, что для зон исследуемой подвыборки радиогалактик на уровне глубины SDSS не наблюдается признаков сгущивания объектов со значимостью больше 5σ , обнаружено различие в статистике средних диаграмм длин ветвей MST для фоновых объектов окрестности радиогалактик с $z < 0.7$ и $z > 0.7$.

Ключевые слова: крупномасштабная структура Вселенной — галактики: скопления — радиоконтинуум: галактики

1. ВВЕДЕНИЕ

Среди открывающихся возможностей исследования далеких объектов с помощью крупных астрономических архивов глубоких обзоров неба, таких как SDSS [1], 2dF [2], 6dF [3], HDF [4] в оптическом диапазоне, NVSS [5], FIRST [6], SUMSS [7], Planck [8] в радио- и миллиметровом диапазоне, важным направлением остается изучение особенностей формирования крупномасштабной структуры на больших красных смещениях. В качестве одного из подходов, позволяющих заглянуть в ранние эпохи формирования скоплений галактик, применяется изучение окружения далеких радиогалактик [9–11]. Активность радиогалактик обусловлена слиянием галактик и «зажиганием» квазара в них. Подобные процессы происходят в местах сгущивания галактик и в основном наблюдаются в скоплениях галактик. При этом далекие радиогалактики, как правило, отождествляются с гигантскими эллиптическими галактиками, являющимися наиболее массивными звездными системами в скоплениях и формирующимися в результате слияния. Эти процессы позволяют применять далекие радиогалактики для поиска формирующихся скоплений на больших красных смещениях [9, 11, 12]. Важным фактором, способствующим этим исследованиям, является мощное радиоизлучение подобных активных объектов, которое поз-

воляет наблюдать их уже в первый миллиард лет существования Вселенной [10] и указывает на области повышенной плотности материи.

Эпоха, во время которой происходит пик слияний галактик, продолжается во Вселенной возрастом от 1.5 до 4 млрд лет, что соответствует красным смещениям от 5 до 1.2 в стандартной Λ CDM-космологической модели. В работе [9], посвященной исследованию окружения далеких радиогалактик по наблюдениям Ly- α , измерялось красное смещение, и с использованием данных о плотности объектов делался вывод об их принадлежности к протоскоплению. Было показано, что 75% радиогалактик с $z > 2$ ассоциируются с протоскоплениями. Отсюда авторы получают оценку, что приблизительно 3×10^{-8} формирующихся скоплений попадают в интервал $2 < z < 5.2$ на сопутствующий куб со стороной 1 Мпк с активным радиоисточником. Но очень вероятно, что в заданном диапазоне красных смещений число протоскоплений может быть больше, т.к. активный радиоисточник может просто не наблюдаться.

Отметим также работу [13], где по измерениям красных смещений группы галактик и квазара с рентгеновским излучением в площадке обзора COSMOS было обнаружено протоскопление на $z = 5.3$ с оценкой массы более $4 \times 10^{11} M_{\odot}$, с линейным размером свыше 13 Мпк и превышением более чем в одиннадцать раз плотности фоновых объектов типа галактик с Lyman-break-спектром.

*E-mail: AngrenTalan@yandex.ru

**E-mail: vo@sao.ru

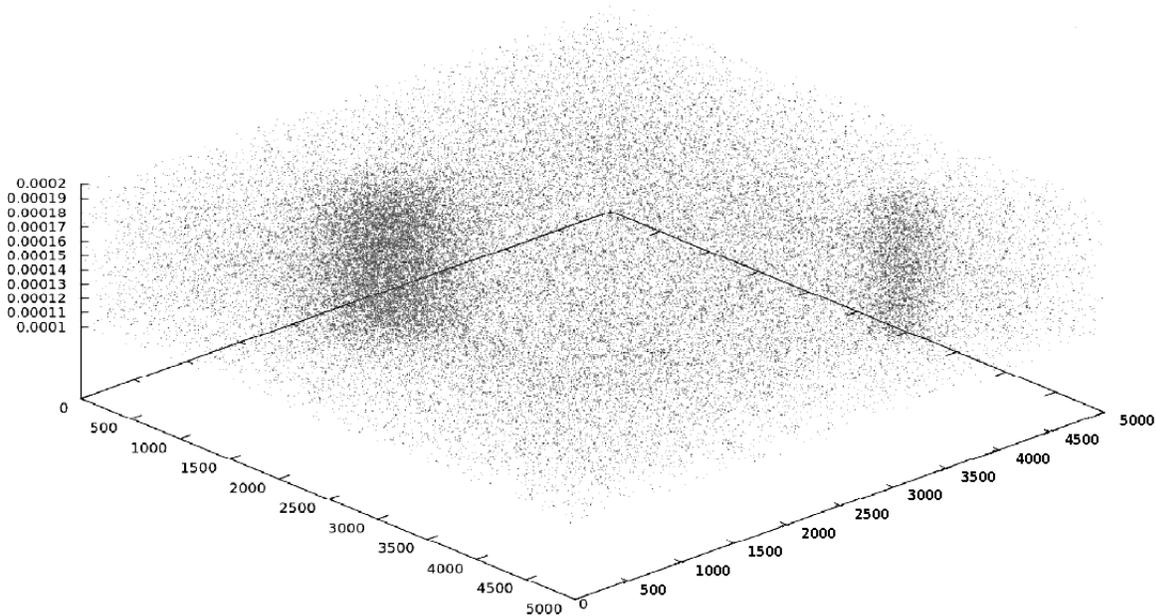


Рис. 1. Пример распределения точек сгенерированного для тестирования работоспособности алгоритма MST. В распределении присутствуют два кластера точек, заданных алгоритмически при создании модельной выборки и имеющих нормальное распределение. По осям — условные единицы, значение которых в примере не существенно.

Также интересны исследования группы объектов в поле глубокого обзора телескопа Subaru, позволившие открыть протоскопление с красным смещением $z = 6.01$ [14, 15] по измерениям спектров 28 галактик.

Общий подход к поиску протоскоплений — оценка числа объектов в избранных площадках и соответственно плотности вещества по отношению к окружающему пространству. Сравнение плотности можно проводить алгоритмическим методом, измеряя параметры сгущения галактик в разных площадках. Существует несколько методов поиска сгущения:

- простой подсчет количества объектов, спроецированных на площадки (см., например, [9]);
- сравнение функций распределения объектов с пуассоновским распределением [16, 17];
- кластерный анализ, реализуемый
 - (а) в методе минимального остовного дерева [18];
 - (б) в методе ближайшего соседа (friends-of-friends statistics) (например, [19, 20]);
 - (с) при сравнении корреляционных функций [21];
- фильтрация (согласованная, адаптивная и т.д.) [22];
- диаграммы Вороного [23].

В данной работе для исследования скученности фоновых объектов обзора SDSS в окрестности далеких радиогалактик мы используем объекты из списка радиогалактик с красным смещением $z > 0.3$ [24–26] и применяем процедуры кластерного анализа в проекционной плоскости методом минимального остовного дерева (minimal spanning tree — MST) [18] для сравнения параметров скученности в областях радиогалактик и в случайных полях. В качестве характеристики искомым отклонений от ожидаемых в случайных полях выбрана форма распределения длин ветвей MST, так как в виду большого количества объектов в обзоре SDSS и недостаточного количества в других архивах возникает сложность выделения непосредственно кластеров.

2. МЕТОД

MST как метод выделения и изучения связанных структур получил широкое распространение не только при анализе данных по крупномасштабной структуре [18, 27, 28], но и в других астрофизических исследованиях [29–31], например, в фазовом анализе распределения сигнала космического микроволнового фона [32, 33]. В методе MST любому распределению точек в пространстве ставится в соответствие особый граф, называемый «минимальное остовное дерево». Такое дерево выделяет преобладающую структуру соединений,

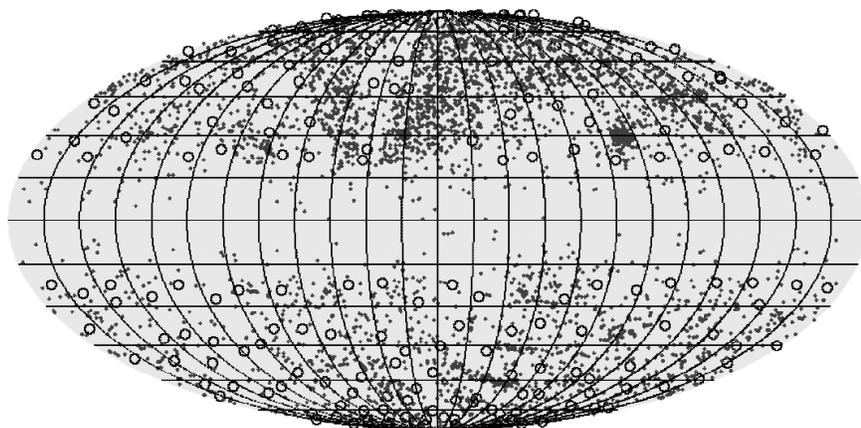


Рис. 2. Распределение радиогалактик (точки) и близких скоплений (кружки) по небу в галактических координатах. Области с радиусом 2° в окрестности отмеченных объектов используются как зоны избегания выбора случайных полей.

подчеркивая присущую рассматриваемому распределению внутреннюю линейную связанность. Это позволяет систематически выделять преобладающую структуру из данных по распределениям точек. Сравнение и определение степени случайности выборок могут быть проведены с помощью вычисления количественных характеристик MST. В рамках данной работы будет рассматриваться граф, состоящий из узлов — галактик и ребер, соединяющих галактики с длинами (весами), равными расстоянию между галактиками в картинной плоскости. В данном подходе последовательность ребер, соединяющих узлы, называется «путем»; замкнутый путь называется «циклом»; граф называется «связным», если существует путь между любой парой узлов; количество ребер, выходящих из данного узла, называется «степенью узла». Связный граф, не содержащий циклов, называется «деревом». Если дерево связанного графа содержит все узлы последнего, то это остовное дерево. Длина дерева определяется как алгебраическая сумма всех входящих в него ребер. Минимальное остовное дерево — это остовное дерево данного графа с минимальной длиной. Если все длины ребер попарно неравны, то минимальное остовное дерево данного графа единственно.

Для построения MST существует несколько алгоритмов. В используемой нами процедуре заложен алгоритм Крускала [34]. Он формулируется следующим образом. Вначале текущее множество ребер принимается пустым. Затем, пока это возможно, проводится следующая операция: из всех ребер, добавление которых к уже имеющемуся множеству не вызовет появления в нем цикла, выбирается ребро минимального веса и добавляется к уже имеющемуся множеству. Когда таких ребер больше нет, алгоритм завершен. Подграф данного

графа, содержащий все его вершины и найденное множество ребер, является его остовным деревом минимального веса.

В данной работе использована программа `tree` построения MST, представленная в работе [27]. Для проверки работоспособности алгоритма был проведен тест на модельных данных: два нормальных распределения с разными центрами и дисперсиями в декартовой плоскости XU с добавлением случайно распределенных точек (рис. 1). Третья координата u всех точек случайна в небольшом фиксированном диапазоне.

Центры сгенерированного распределения имеют координаты (1500; 1500) и (4000; 4000). В результате выполнения процедуры MST определены координаты: (1499.25; 1500.16) и (4000.67; 3997.06) соответственно.

Несмотря на то, что процедура способна вычислять большое количество параметров минимального остовного дерева и кластеров, для статистической обработки больше всего подходит один параметр — распределение длин ветвей (frequency distribution of the minimal spanning tree branch lengths — FDMST), применяемый с этой целью также и в других исследованиях [18, 27, 35].

На следующем этапе работы на небе выбирались случайные поля. Данные о положениях галактик были взяты из базы данных внегалактических источников NASA Extragalactic Database (NED).¹ Во избежание попадания в эти случайные поля радиогалактик или скоплений галактик для контроля были использованы каталоги близких скоплений [36, 37] и радиогалактик [24–26] (рис. 2). Объекты из [24] принадлежат популяции галактик самой высокой светимости, что делает

¹<http://ned.ipac.caltech.edu>

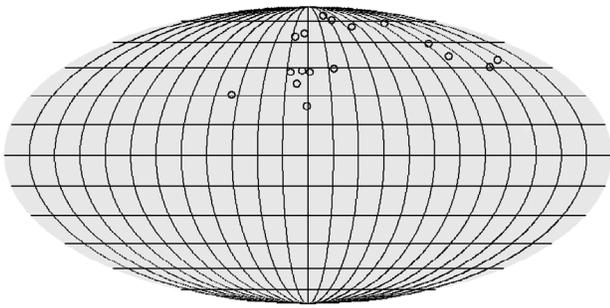


Рис. 3. Положение полей вокруг отобранных радиогалактик на небесной сфере в галактических координатах.

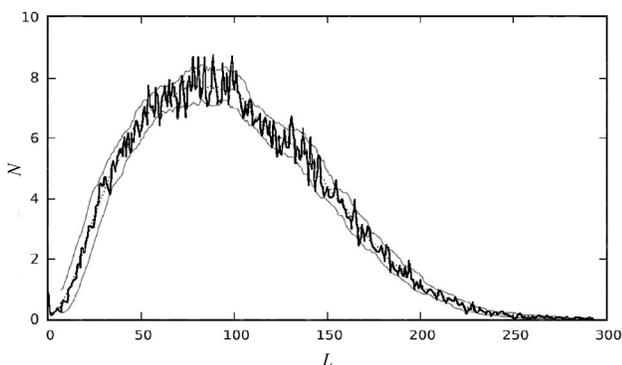


Рис. 4. Распределение относительных длин ветвей L для случайных полей, нормированное на среднее значение. Толстая линия — усредненная гистограмма. Тонкие линии соответствуют разбросу $\pm 1\sigma$ от сглаженной усредненной гистограммы.

возможным их изучение на больших красных смещениях и позволяет использовать их как зонды состояния Вселенной в другие космологические эпохи. Чрезвычайно важным моментом при исследовании этих источников может считаться тот факт, что их родительскими галактиками являются гигантские эллиптические галактики (gE), которые на начальном этапе селекции могли бы использоваться как стандартные свечи, линейки и часы. Отождествление с gE важно и при прослеживании эволюции звездных систем на больших красных смещениях, и при поиске далеких групп галактик или протоскоплений, в центре которых они находятся, и при исследовании процессов слияния и взаимодействия, на которые может указывать проявляющаяся активность их ядер. Каталог радиогалактик [24] содержит 2442 источника со спектроскопическими красными смещениями, фотометрическими величинами и плотностями потоков в радиодиапазоне, размерами радиоисточников, именами исходных каталогов, откуда взяты

данные об объектах (в случае обзоров 3С и 4С — имена радиоисточников), экваториальными координатами (J2000.0), а также радиоспектральными индексами, которые вычислялись по результатам кросс-идентификации с радиокаталогами, хранящимися в базе данных CATS² [38], на частотах 325, 1400 и 4850 МГц. Основные параметры входящих в каталог объектов: красное смещение $z > 0.3$ и морфологические свойства радиогалактики. Также он очищен от объектов с красными смещениями, определяемыми фотометрическим методом, и от объектов, имеющих по литературным данным свойства квазаров. Несмотря на то, что в каталоге радиогалактик не исключено присутствие объектов с другими классификационными признаками, явление AGN наблюдается в областях с повышенной плотностью материи — в группах и скоплениях галактик, так что в данной работе достаточен сам факт наличия радиоисточника в данной области. Стоит отметить, что в каталог отобранных галактик включены также объекты из других списков, в том числе источники с ультракраткими спектрами ($\alpha < -1.0$). Именно среди объектов высок процент далеких радиогалактик [39–44]. Самые далекие радиогалактики с красным смещением $z > 4.5$: $z = 5.199$ [45] и $z = 4.514$ [46, 47] — были открыты с помощью этого критерия.

При моделировании были сгенерированы случайные положения 200 полей размером $10' \times 10'$ за пределами плоскости Галактики ($|b| > 20^\circ$) и отстоящих от близких скоплений и радиогалактик, а также друг от друга не менее, чем на 2° (рис. 2). Выборка объектов проводилась из архива базы данных внегалактических источников NED, которые были использованы для построения подвыборки с однородными наблюдательными данными. В окончательном варианте подвыборка включает 38 полей, покрываемых областью обзора SDSS и содержащих более 700 объектов каждое.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Распределение источников в области радиогалактик изучалось на разных красных смещениях: $z = 0.3, 0.45, 0.6, 0.75, 0.9$ и 1.2 , причем на каждом z использовались данные по трем галактикам из списка [24]. Поименный список объектов приведен в таблице 1. Так как на разных красных смещениях одинаковому угловому размеру соответствует разное расстояние, то размер полей выбирался разным для каждого значения красного смещения. По формулам из работы [48] были рассчитаны радиусы полей, соответствующие размерам в 5 Мпк (таблица 2) ($\Omega_\Lambda = 0.69, \Omega_m = 0.31, H_0 = 69 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$). Эти поля также покрыты

²<http://cats.sao.ru>

обзором SDSS. Распределение полей вокруг радиогалактик показано на рис. 3.

Координаты объектов на отобранных площадках использовались для вычисления длин ветвей и построения гистограммы. Анализ включал усреднение с использованием всех 38 случайных полей,³ нормировку на среднее количество объектов в поле, вычисление стандартного отклонения, сглаживание скользящим средним, построение диаграмм с уровнями $\pm 1\sigma$. Полученные для случайных полей данные представлены на рис. 4.

Результаты анализа данных в окрестности радиогалактик с усреднением и сглаживанием — нормированные на среднее значение гистограммы распределения длин ветвей L для разных красных смещений ($z = 0.3, 0.45, 0.6, 0.76, 0.9, 1.2$) — показаны на рис. 5. По оси абсцисс отложена относительная длина ветвей, вычисляемая таким образом, чтобы максимум гистограммы попадал на сотый интервал. Это соответствует выбору масштаба оси абсцисс в долях наиболее вероятного значения. Усреднение гистограмм производилось по всем 38 случайным полям выборки для вычисления стандартного распределения и учета случайных флуктуаций с целью поиска и оценки уровня отклонений от ожидаемого среднего, подобного космической вариации (cosmic variance) у реликтового излучения.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках данной работы было исследовано 38 случайных полей и 18 полей радиогалактик из списка [24] на разных красных смещениях. Были построены диаграммы распределения длин ветвей минимального остовного дерева. Для анализа фоновых объектов использовались данные изображений в фильтре r обзора SDSS, где предельная звездная величина составляет 22^m . Количество объектов, попавших в заданные площадки вокруг радиогалактик, указано в таблице 3.

За исключением распределения длин ветвей минимального остовного дерева для объектов в полях радиогалактик на $z = 0.9$, не наблюдаются отклонения больше, чем на 3σ для отобранных радиогалактик по сравнению с распределением для объектов в случайных полях. Для объектов в области красных смещений $z = 0.9$ на сглаженной гистограмме имеется выход за пределы 3σ (на уровне 4.8σ) значения нормированных интервалов длины ветвей в области 63 по отношению к ожидаемому в пустых полях. Отметим, что для гистограмм длин ветвей MST, рассчитанных для фоновых объектов

³Координаты случайных полей могут быть предоставлены авторами по запросу.

Таблица 1. Список отобранных радиогалактик на разных красных смещениях z

Источник	z	Источник	z
J073437.8+374007	0.308	J110109.4+363430	0.750
J090913.8-001220	0.308	J121837.0+400045	0.756
J123630.8+470102	0.307	J134930.5+393727	0.758
J084013.0+344027	0.451	J090626.1+423904	0.907
J090843.7+320121	0.457	J090850.6+374819	0.898
J092911.5+543823	0.458	J150030.0+430951	0.927
J104901.0+330948	0.602	J112623.7+334527	1.230
J154948.2+435518	0.610	J122009.8+362907	1.200
J161838.9+282927	0.604	J154948.9+212538	1.206

Таблица 2. Угловой и линейный масштабы поля на заданном красном смещении

z	Масштаб, arcmin/Mpc	Поле 5 Mpc, arcmin
0.3	3.7	18
0.45	2.9	14
0.6	2.5	12
0.75	2.2	11
0.9	2.1	10
1.2	2.0	10

Таблица 3. Количество объектов в полях радиогалактик. В столбцах — красное смещение, число объектов в первом, во втором и в третьем полях и среднее число объектов

z	N_1	N_2	N_3	N
0.3	3950	3046	2663	3220
0.45	1627	1955	1926	1836
0.6	1569	1740	1733	1681
0.75	1131	957	1160	1083
0.9	785	1082	1135	1001
1.2	950	916	950	939

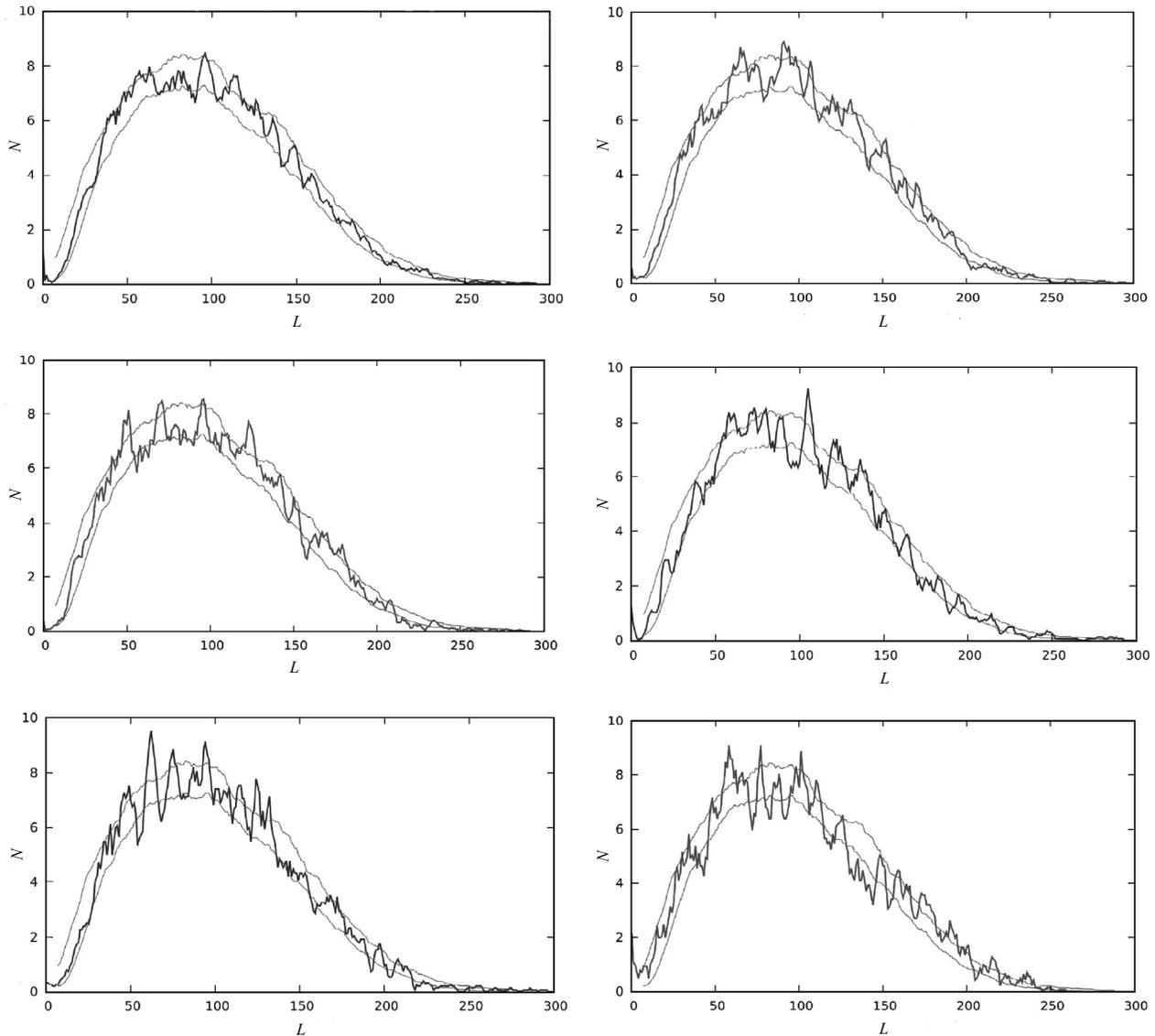


Рис. 5. Слева направо сверху вниз: нормированные на среднее значение распределения относительных длин ветвей L в поле радиогалактик с красным смещением $z = 0.3, 0.45, 0.6, 0.76, 0.9, 1.2$. Тонкой линией показан 1σ -разброс, построенный по данным из случайных полей обзора SDSS DR6.

вокруг радиогалактик с $z > 0.7$, количество выходов длин ветвей за пределы уровня 2σ выше, чем для фоновых объектов возле радиогалактик с $z < 0.7$. Кроме того, для объектов в окрестности радиогалактик с $z \sim 1.2$ в зоне длин ветвей от 130 до 145 наблюдается проседание распределения за нижнюю границу на уровне 1σ . Несмотря на то, что на гистограммах нет отклонений выше 5σ , обнаруженные отличия в разные эпохи представляют интерес. Объекты, находящиеся от нас дальше 6.5 млрд лет ($z > 0.7$), расположены в активно формирующихся скоплениях, где происходит наибольшее число слияний галактик [49–51]. Слияния в свою очередь повышают активность и в радиодиапазоне, и в оптическом. С этим может быть связан

и большой разброс в гистограмме длин ветвей MST для полей около далеких радиогалактик, хотя нельзя исключить, что наблюдаемые отклонения могут быть статистическими выбросами, проявляющимися в малой выборке объектов.

Заметим, что стандартный кластерный анализ не позволил уверенно выявить скучивание (даже на уровне выше 2σ), поэтому именно анализ распределения длин ветвей представляется наиболее перспективным. Для дальнейших исследований и поиска скучивания фоновых объектов в окрестности радиогалактик с помощью MST можно достаточно уверенно выделить наиболее интересный диапазон красных смещений: $z > 0.7$, где меняется статистика отскоков гистограммы длин ветвей

MST. Новая информация может быть получена и на ограниченных площадках неба, где проводились наблюдения с лучшей чувствительностью. Например, в небольших областях, наблюдаемых с глубиной обзора до $V = 26^m$ [9], существуют объекты, ассоциированные с радиогалактиками, входящие в протоскопления галактик.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы признательны рецензенту за сделанные замечания, позволившие улучшить рукопись. В данной работе использовались базы данных SDSS (<http://www.sdss.org>) [1], NED, CATS [52] и пакет GLESP [53] для отображения объектов на сфере. Авторы благодарны А. Г. Дорошкевичу, В. И. Турчанинову и С. В. Пилипенко за любезное предоставление программы `tree` с реализованным MST. Исследования по данной теме были поддержаны грантом РФФИ № 13-02-00027.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. K. N. Abazajian, J. K. Adelman-McCarthy, M. A. Agueros, et al., *Astrophys. J. Suppl.* **182**, 543 (2009).
2. E. Hawkins, S. Maddox, S. Coles, et al., *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **346**, 78 (2003).
3. D. H. Jones, W. Saunders, M. Colless, et al., *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **355**, 747 (2004).
4. R. E. Williams, B. Blacker, M. Dickinson, et al., *Astron. J.* **112**, 1335 (1996).
5. J. J. Condon, W. D. Cotton, E. W. Greisen, et al., *Astron. J.* **115**, 1693 (1998).
6. R. L. White, R. H. Becker, D. J. Helfand, and M. D. Gregg, *Astrophys. J.* **475**, 479 (1997).
7. T. Mauch, T. Murphy, H. J. Buttery, et al., *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **342**, 1117 (2003).
8. P. A. R. Ade et al. (Planck Collab.), *Astron. and Astrophys.* **571**, A1 (2014).
9. B. P. Venemans, H. J. A. Röttgering, G. K. Miley, et al., *Astron. and Astrophys.* **461**, 823 (2007).
10. O. V. Verkhodanov and Yu. N. Parijskij, *Radio Galaxies and Cosmology* (Fiz. Mat. Lit., Moscow, 2009).
11. N. A. Hatch, D. Wylezalek, J. D. Kerk, et al., *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **445**, 280 (2014).
12. R. A. Overzier, X. Shu, W. Zheng, et al., *Astrophys. J.* **704**, 548O (2009).
13. P. L. Capak, D. Riechers, N. Z. Scoville, et al., *Nature* **470**, 233 (2011).
14. J. Toshikawa, N. Kashikawa, O. Kazuaki, et al., *Astrophys. J.* **750**, 137 (2012).
15. J. Toshikawa, N. Kashikawa, R. Overzier, et al., *Astrophys. J.* **792**, 15 (2014).
16. D. N. Limber, *Astrophys. J.* **117**, 134 (1953).
17. J. Neyman and E. L. Scott, *Astron. J.* **60**, 33 (1955).
18. J. D. Barrow, S. P. Bhavsar, and D. H. Sonoda, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **216**, 17 (1985).
19. M. Davis, G. Efstathiou, C. S. Frenk, and S. D. M. White, *Astrophys. J.* **292**, 371 (1985).
20. C. S. Botzler, J. Snigula, R. Bender, and U. Hopp, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **349**, 425 (2004).
21. A. H. Maller, D. H. McIntosh, N. Katz, and M. D. Weinberg, *Astrophys. J.* **619**, 147 (2005).
22. F. N. S. Medeiros, N. D. A. Mascarenhas, and L. Da F. Costa, in *Proc. Int. Symp. on Computer Graphics, Image Processing, and Vision, 1998*, p. 1109.
23. M. Ramella, W. Boschin, D. Fadda, and M. Nonino, *Astron. and Astrophys.* **368**, 776 (2001).
24. M. L. Khabibullina and O. V. Verkhodanov, *Astrophysical Bulletin* **64**, 123 (2009).
25. M. L. Khabibullina and O. V. Verkhodanov, *Astrophysical Bulletin* **64**, 276 (2009).
26. M. L. Khabibullina and O. V. Verkhodanov, *Astrophysical Bulletin* **64**, 340 (2009).
27. A. G. Doroshkevich, V. Muller, J. Retzlaff, and V. Turchaninov, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **306**, 575 (1999).
28. M. Demianski and A. G. Doroshkevich, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **306**, 779 (1999).
29. R. Campana, E. Massaro, D. Gasparri, et al., *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **383**, 1166 (2008).
30. D. Harari, S. Mollerach, and E. Roulet, *Astroparticle Physics* **25**, 412 (2006).
31. A. Cartwright and A. P. Whitworth, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **348**, 589 (2004).
32. P. D. Naselsky, A. G. Doroshkevich, and O. V. Verkhodanov, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **349**, 695 (2004).
33. A. Stannard and P. Coles, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **364**, 929 (2005).
34. J. B. Kruskal Jr., *Proc. American Math. Soc.* **7**, 48 (1956).
35. S. P. Bhavsar and J. Randall, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **282**, 1461 (1996).
36. G. O. Abell, *Astrophys. J. Suppl.* **3**, 21 (1958).
37. F. Zwicky, M. Karpowicz, C. T. Kowal, et al., *Catalog of Galaxies and of Clusters of Galaxies (CGCG)* (California Inst. Techn., 1961–1968).
38. O. V. Verkhodanov, S. A. Trushkin, H. Andernach, and V. N. Chernenkov, *Bull. Spec. Astrophys. Obs.* **58**, 118 (2005).
39. G. Blumenthal and G. Miley, *Astron. and Astrophys.* **80**, 13 (1979).
40. R. D. Dagkesamanskii, *Nature* **226**, 432 (1970).
41. Yu. N. Parijskij, W. M. Goss, A. I. Kopylov, et al., *Bull. Spec. Astrophys. Obs.* **40**, 5 (1996).
42. Yu. N. Parijskij, W. M. Goss, A. I. Kopylov, et al., *Astron. Astrophys. Trans.* **18**, 437 (1999).
43. C. de Breuck, W. van Breugel, H. J. A. Röttgering, and G. Miley, *Astron. and Astrophys. Suppl.* **143**, 303 (2000).
44. G. Miley and C. De Breuck, *Astron. Astrophys. Rev.* **15**, 67 (2008).
45. W. van Breugel, C. De Breuck, S. A. Stanford, et al., *Astrophys. J.* **518**, 61 (1999).

46. A. I. Kopylov, W. M. Goss, Yu. N. Pariiskii, et al., *Astronomy Letters* **32**, 433 (2006).
47. Yu. N. Pariiskij, P. Thomasson, A. I. Kopylov, et al., *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **439**, 2314 (2014).
48. D. W. Hogg, arXiv:astro-ph/9905116.
49. G. De Lucia, V. Springel, S. D. M. White, D. M. Simon, et al., *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **366**, 499 (2006).
50. B. C. Kelly, M. Vestergaard, Xi. Fan, et al., *Astrophys. J.* **719**, 1315 (2010).
51. M. L. Khabibullina and O. V. Verkhodanov, *Astronomy Reports* **55**, 302 (2011).
52. O. V. Verkhodanov, S. A. Trushkin, H. Andernach, and V. N. Chernenkov, *Data Science J.* **8**, 34 (2009).
53. A. G. Doroshkevich, O. B. Verkhodanov, P. D. Naselsky, et al., *Intern. J. Mod. Phys. D* **20**, 1053 (2011).

Search for Clustering of Background Objects near Distant Radio Galaxies Using the MST Method

T. V. Keshelava and O. V. Verkhodanov

The minimal spanning tree (MST) method was used to explore the statistical properties of field objects near distant radio galaxies ($0.3 \leq z \leq 1.2$) on SDSS images. The average diagrams of MST branch lengths were found to differ statistically for field objects near radio galaxies with $z < 0.7$ and $z > 0.7$, although zones of the subsample considered show no signs of clustering down to the SDSS limiting magnitude at a significance level greater than 5σ .

Keywords: *large-scale structure of Universe—galaxies: clusters: general—radio continuum: galaxies*