

УДК 520.224.72:520.88

# ОСНОВНЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ КАМЕРОЙ SBG КОУРОВСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ

© 2012 Д. В. Гламазда\*

*Уральский федеральный университет, Екатеринбург, 620083 Россия*

Поступила в редакцию 18 ноября 2011 года; принята в печать 12 декабря 2011 года

Представлены алгоритмы, использованные в программном обеспечении модернизированной камеры SBG. Наблюдение быстролетающих спутников выполняется в “повернутой” системе координат, одна из осей которой направлена в полюс орбиты объекта. Эфемериды для этой системы координат вычисляются из эфемерид для экваториальной системы с помощью специальных матриц перехода. Параметрами матриц служат координаты полюса орбиты, которые находятся усреднением векторных произведений радиус-векторов последовательных положений спутника. Позиционный угол изображения вычисляется как разность часовых углов полюса орбиты и полюса мира в системе координат, полюсом которой является оптический центр кадра. Скорость слежения за объектом получается квадратичным интерполированием эфемериды в “повернутой” системе координат.

Ключевые слова: *методы: наблюдательные — телескопы*

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В результате модернизации 2005–2006 гг. 4-осная монтировка камеры SBG Коуровской астрономической обсерватории оснащена новыми автоматизированными приводами по 3-й и 4-й осям, управляемыми от компьютера. Это позволило возродить на новом уровне наблюдения быстролетающих искусственных спутников Земли (ИСЗ), а также внести много нового в наблюдения геостационарных ИСЗ и объектов с промежуточными скоростями. Благодаря цифровым технологиям повысилась точность наведения и отслеживания, а также оперативность работы. Для этого было разработано математическое обеспечение, оно легло в основу управляющей программы **SBGControl**.

В отличие от обычных телескопов, камера SBG имеет горизонтальную 4-осную монтировку. Первая ось направлена в зенит, вращение вокруг нее изменяет азимут  $A$  установки. Вращением вокруг второй (горизонтальной) оси задается высота  $h$  над горизонтом (или связанное с нею зенитное расстояние  $z$ ). Если, например, выставить  $A = 180^\circ$  и  $z = 32^\circ 85'$ , то 3-я ось окажется направленной в полюс мира. В этом случае она играет роль полярной оси, при вращении вокруг которой изменяется часовой угол  $t$ , а 4-я ось играет роль оси склонения  $\delta$ . Если понадобится наблюдать спутник, имеющий большую видимую скорость и пролетающий недалеко от полюса мира, то составляющая его

скорости по  $t$  может быть настолько большой, что станет невозможно ее отслеживать. В этом случае оказывается удобным направить 3-ю ось в полюс орбиты спутника<sup>1</sup>. В такой системе отсчета видимая скорость объекта редко превышает  $1^\circ \text{ с}^{-1}$ . В связи с этим возникает необходимость в алгоритмах, с помощью которых можно находить координаты полюса орбиты ИСЗ, а затем переходить между системами координат (СК) с различной ориентацией осей.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЮСА ОРБИТЫ СПУТНИКА

Исходным материалом для вычисления координат полюса орбиты ИСЗ может служить любая таблица, содержащая координаты  $t, \delta$  всей видимой траектории объекта с некоторым шагом по времени. На небесной сфере (см. Рис. 1а) эфемерида задает последовательность точек с номерами  $1, 2, \dots, i, \dots, n$ , которые, как правило, находятся на плавной кривой, не лежащей в плоскости, проходящей через наблюдателя. Задача состоит в том, чтобы с помощью процедуры усреднения найти плоскость, пересечение которой с небесной

<sup>1</sup>Полюсы орбиты ИСЗ — это точки пересечения небесной сферы с прямой, проходящей через наблюдателя перпендикулярно плоскости, которая также проходит через наблюдателя, и пересечение которой с небесной сферой наилучшим образом приближает видимую траекторию ИСЗ.

\*E-mail: [antimuon@mail.ru](mailto:antimuon@mail.ru)

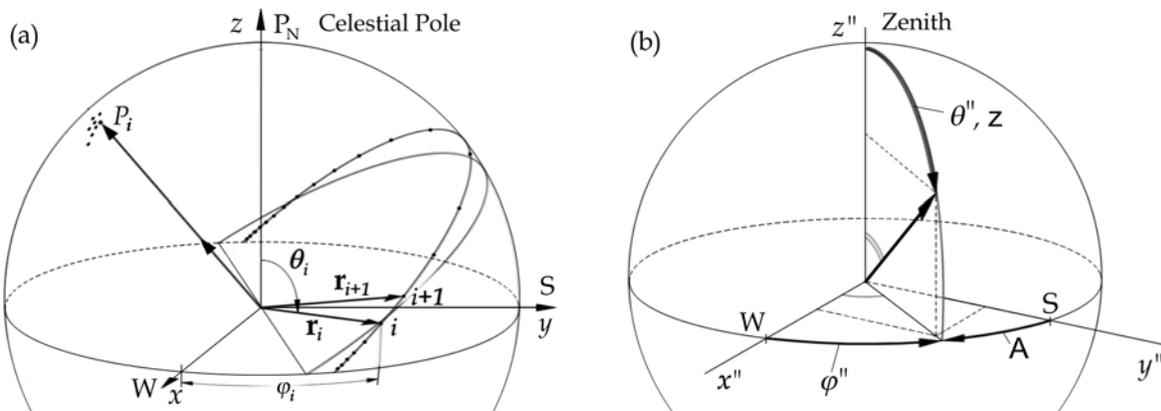


Рис. 1. (а) — к вычислению координат полюса орбиты ИСЗ; (б) — соотношение между горизонтальной (A, z) и декартовой системами координат.

сферой служило бы приемлемым приближением для видимой траектории.

В декартовой прямоугольной системе координат  $x, y, z$  последовательные положения ИСЗ задаются радиус-векторами  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{i+1}, \dots, \mathbf{r}_n$ . Любая пара двух соседних векторов  $\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{i+1}$  задает плоскость, в которой объект движется между точками  $i$  и  $i+1$ . Векторное произведение  $[\mathbf{r}_i \times \mathbf{r}_{i+1}]$  является вектором, перпендикулярным этой плоскости и образующим с ними правую систему векторов. Пересечение этого вектора с небесной сферой дает точку  $P_i$ , являющуюся северным полюсом большого круга, образуемого плоскостью векторов  $\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{i+1}$ . Таким образом, если мы, двигаясь в сторону увеличения номера точки  $i$ , просуммируем все векторные произведения  $[\mathbf{r}_i \times \mathbf{r}_{i+1}]$  и поделим на их количество  $n-1$ , то найдем положение полюса орбиты объекта как среднее положение точек  $P_i$ .

Так как видимое движение ИСЗ происходит не с постоянной скоростью: ближе к горизонту они движутся медленнее, на больших высотах — быстрее, то углы между векторами  $\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{i+1}$  будут неодинаковыми, что скажется и на величине векторных произведений. Если для отыскания среднего положения  $P_i$  складывать непосредственно векторные произведения, то вклад их будет зависеть от угла между ними. Чтобы избавиться от этой зависимости, необходимо складывать векторные произведения, нормированные на 1, которые задают только направление. Для этого каждое векторное произведение должно быть поделено на собственную длину.

Итак, свяжем декартову прямоугольную СК  $x, y, z$  с двумя сферическими системами: обычной сферической системой  $r \equiv 1, \theta, \varphi$ , и астрономической экваториальной СК  $r \equiv 1, \delta, t$ . При этом ось  $z$  направим на полюс мира, а ось  $y$  поместим в плоскости 0-го меридиана (указывает на юг). Тогда для  $i$ -го радиус-вектора получаем

$$\mathbf{r}_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta_i \cos \varphi_i \\ \sin \theta_i \sin \varphi_i \\ \cos \theta_i \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \delta_i \sin t_i \\ \cos \delta_i \cos t_i \\ \sin \delta_i \end{pmatrix},$$

потому что

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \delta, \quad \varphi = \frac{\pi}{2} - t.$$

Вектор  $\mathbf{r}_i$  оказался выраженным через эфемеридные координаты  $t_i, \delta_i$ . Теперь по “правилу определителя” для произвольных  $i$  можно найти векторные произведения:

$$\mathbf{p}_i = [\mathbf{r}_i \times \mathbf{r}_{i+1}] = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ x_i & y_i & z_i \\ x_{i+1} & y_{i+1} & z_{i+1} \end{vmatrix}.$$

Нормированное векторное произведение есть

$$\mathbf{p}_{\text{norm}}^i = \frac{\mathbf{p}_i}{|\mathbf{p}_i|},$$

где модуль (длина) векторного произведения равна

$$|\mathbf{p}_i| = \sqrt{(p_i)_x^2 + (p_i)_y^2 + (p_i)_z^2}.$$

Усредним все полученные векторы:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{p}_{\text{norm}}^i.$$

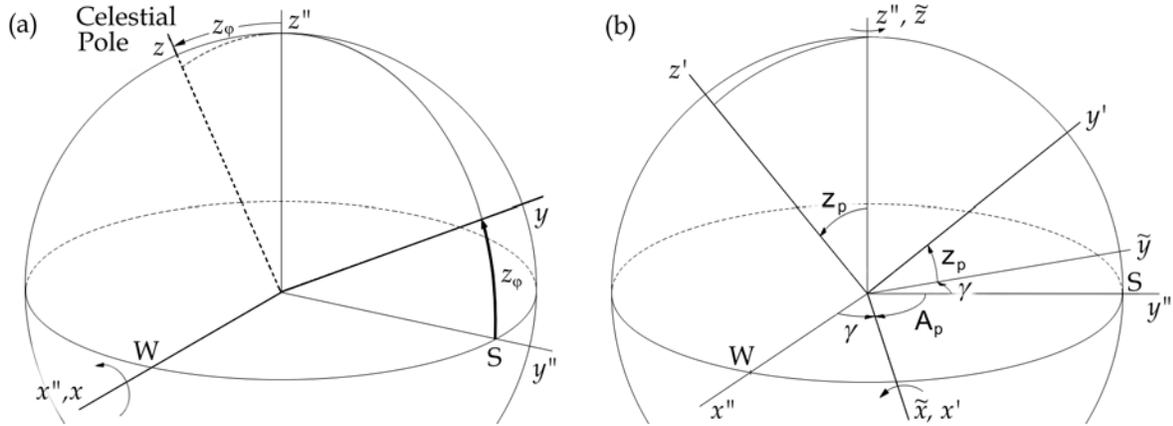


Рис. 2. (а) — поворот СК  $x'', y'', z''$  на угол  $z_\varphi$  для получения СК  $x, y, z$ ; (б) — получение собственной СК  $x', y', z'$  произведением двух поворотов.

Вектор  $\mathbf{P}$  направлен в полюс орбиты ИСЗ, однако, он может оказаться не единичным, поэтому нормируем его еще раз.

Итак, теперь нам известны декартовы прямоугольные координаты полюса орбиты:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \delta_p \sin t_p \\ \cos \delta_p \cos t_p \\ \sin \delta_p \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Экваториальные координаты полюса находим, разрешая (2) относительно них:

$$\delta_p = \arcsin z_p; \quad \left. \begin{matrix} \sin t_p = \frac{x_p}{\cos \delta_p} \\ \cos t_p = \frac{y_p}{\cos \delta_p} \end{matrix} \right\} \Rightarrow t_p.$$

Чтобы сориентировать 3-ю ось камеры SBG в полюс орбиты спутника, нужны не экваториальные, а горизонтальные координаты полюса — азимут  $A_p$  и зенитное расстояние  $z_p$ . Пусть  $x'', y'', z''$  — декартовы прямоугольные координаты, ось  $z''$  которых направлена в зенит, а ось  $y''$  — на юг (Рис. 1б). Тогда для сферы единичного радиуса  $r'' \equiv 1$  можем записать

$$\begin{aligned} x'' &= \sin \theta'' \cos \varphi'' = \sin z \sin A, \\ y'' &= \sin \theta'' \sin \varphi'' = \sin z \cos A, \\ z'' &= \cos \theta'' = \cos z, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\theta'', \varphi''$  — углы сферической системы координат, ассоциированной обычным образом с СК  $x'', y'', z''$ . При получении (3) использовано то, что

$$\varphi'' = \frac{\pi}{2} - A, \quad \theta'' = z.$$

Система координат  $\mathbf{x} = (x, y, z)$ , связанная с  $t, \delta$  (см. Рис. 1а и (1)), и система координат  $\mathbf{x}'' = (x'', y'', z'')$ , связанная с  $A, z$ , отличаются поворотом на угол<sup>2</sup>  $z_\varphi$  вокруг оси  $x''$  (см. Рис. 2а):

$$\mathbf{x} = \hat{R} \mathbf{x}'', \quad (4)$$

где матрица поворота  $\hat{R}$  имеет вид

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos z_\varphi & \sin z_\varphi \\ 0 & -\sin z_\varphi & \cos z_\varphi \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Это ортогональная матрица, а потому обратная к ней матрица  $\hat{R}^{-1}$  получается транспонированием  $\hat{R}$ . Преобразование, обратное к (4), будет

$$\mathbf{x}'' = \hat{R}^{-1} \mathbf{x}. \quad (6)$$

Подстановка в  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{x}''$  соответствующих координат полюса орбиты (см. (2), (3)) позволяет решить (6) и найти

$$z_p = \arccos \{ \sin z_\varphi \cos \delta_p \cos t_p + \cos z_\varphi \sin \delta_p \};$$

$$\sin A_p = \frac{\cos \delta_p \sin t_p}{\sin z_p};$$

$$\cos A_p = \frac{\cos z_\varphi \cos \delta_p \cos t_p - \sin z_\varphi \sin \delta_p}{\sin z_p}.$$

После нахождения горизонтальных координат полюса орбиты ИСЗ необходимо еще к азимуту  $A_p$  добавить или вычесть  $\pi$ , поскольку по лимбу  $A$  камеры SBG азимут отсчитывается от точки севера (как в геодезии, в астрономии его принято отсчитывать от точки юга).

<sup>2</sup>Равный дополнению до широты места наблюдения, т.е.  $\frac{\pi}{2} - \varphi_{\text{obs}}$ .

### 3. СОБСТВЕННАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ КАМЕРЫ SBG

Моторы приводов камеры SBG поворачивают ее вокруг 3-й и 4-й осей, при этом углы поворотов измеряются энкодерами. Тем самым оси 3, 4 образуют собственную систему отсчета, контролируруемую аппаратно (в координатах которой непосредственно работает управляющая программа). Представим ее в виде углов  $t'$ ,  $\delta'$  и декартовых прямоугольных координат  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ , связанных с ними соотношениями

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \delta' \sin t' \\ \cos \delta' \cos t' \\ \sin \delta' \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Если ее полюсом служит не полюс мира, то такая система является повернутой. Допустим, что полюсом собственной СК является полюс орбиты ИСЗ. Задача наблюдений состоит в получении снимков объекта на фоне звезд, движение которых принято рассматривать в экваториальной системе. Это приводит к необходимости взаимного преобразования координат этих систем друг в друга.

Пусть исходными являются экваториальные координаты  $t$ ,  $\delta$  и необходимо перейти к собственным координатам  $t'$ ,  $\delta'$ . В терминах ассоциированных декартовых прямоугольных координат это означает, что надо от  $x$ ,  $y$ ,  $z$  перейти к  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ . Переход выполним в 2 этапа: сначала от экваториальных координат перейдем к горизонтальным, а затем от горизонтальных — к собственным.

Преобразование 1-го этапа выполняется по (6), поэтому переходим ко второму этапу. Его мы осуществим посредством двух последовательных поворотов (Рис. 2b). Сначала повернем  $x''$ ,  $y''$ ,  $z''$  вокруг оси  $z''$  на угол  $\gamma = \pi/2 - A_p$  и получим промежуточную СК  $\tilde{x}$ ,  $\tilde{y}$ ,  $\tilde{z}$ :

$$\tilde{\mathbf{x}} = \hat{V} \mathbf{x}''.$$

Матрица поворота при этом равна

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

После этого повернем промежуточную СК  $\tilde{x}$ ,  $\tilde{y}$ ,  $\tilde{z}$  на угол  $z_p$  вокруг оси  $\tilde{x}$  и получим искомую СК  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ :

$$\mathbf{x}' = \hat{W} \tilde{\mathbf{x}},$$

где

$$\hat{W} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos z_p & \sin z_p \\ 0 & -\sin z_p & \cos z_p \end{pmatrix}.$$

Таким образом, вся цепочка поворотов выглядит так:

$$\mathbf{x}' = \hat{W} \hat{V} \hat{R}^{-1} \mathbf{x} \equiv \hat{U} \mathbf{x}.$$

Элементы матрицы  $\hat{U}$  найдем, перемножив в указанном порядке матрицы  $\hat{R}^{-1}$ ,  $\hat{V}$ ,  $\hat{W}$  и выразив угол  $\gamma$  через  $A_p$ . Получим

$$u_{11} = + \sin A_p;$$

$$u_{12} = + \cos A_p \cos z_p;$$

$$u_{13} = - \cos A_p \sin z_p;$$

$$u_{21} = - \cos A_p \cos z_p;$$

$$u_{22} = + \sin A_p \cos z_p \cos z_\varphi + \sin z_p \sin z_\varphi;$$

$$u_{23} = - \sin A_p \cos z_p \sin z_\varphi + \sin z_p \cos z_\varphi;$$

$$u_{31} = + \cos A_p \sin z_p;$$

$$u_{32} = - \sin A_p \sin z_p \cos z_\varphi + \cos z_p \sin z_\varphi;$$

$$u_{33} = + \sin A_p \sin z_p \sin z_\varphi + \cos z_p \cos z_\varphi.$$

Обратим внимание, что все элементы матрицы  $\hat{U}$  выражаются только через постоянные для данного объекта параметры — азимут  $A_p$  и зенитное расстояние  $z_p$  полюса орбиты, а также дополнение до широты  $z_\varphi$  места наблюдения.

Чтобы теперь перейти от экваториальных координат  $t$ ,  $\delta$  к собственным, сначала вычисляем

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \delta \sin t \\ \cos \delta \cos t \\ \sin \delta \end{pmatrix},$$

затем —

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \hat{U} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Остается разрешить (7) относительно  $t'$ ,  $\delta'$ :

$$\delta' = \arcsin z'; \quad \left. \begin{array}{l} \sin t' = \frac{x'}{\cos \delta'} \\ \cos t' = \frac{y'}{\cos \delta'} \end{array} \right\} \Rightarrow t'.$$

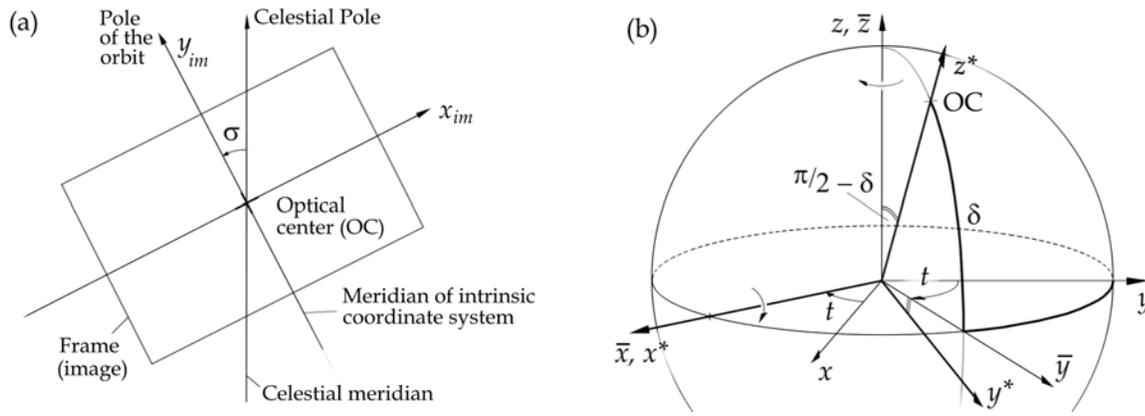


Рис. 3. (a) — к определению позиционного угла изображения; (b) — получение СК  $x^*, y^*, z^*$  из  $x, y, z$ .

Для обратного перехода от  $x', y', z'$  к  $x, y, z$  необходимо воспользоваться обратной матрицей  $\hat{U}^{-1}$ . Поскольку  $\hat{U}$  равна произведению ортогональных матриц  $\hat{W}, \hat{V}$  и  $\hat{R}^{-1}$ , то она также является ортогональной, и обратная к ней матрица  $\hat{U}^{-1}$  получается транспонированием  $\hat{U}$ .

#### 4. ПОЗИЦИОННЫЙ УГОЛ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Когда полюс орбиты, в который выставлена часовая ось телескопа, не совпадает с полюсом мира, то картина, видимая в телескоп (кадр), претерпевает поворот в картинной плоскости на некоторый угол  $\sigma$ , называемый позиционным углом (Рис. 3а). Поскольку при наблюдении быстролетающих ИСЗ 3-ю ось камеры приходится направлять в полюс орбиты, не совпадающий, как правило, с полюсом мира, то этот угол оказывается не равным 0 и изменяется с течением времени. Между тем, знание позиционного угла необходимо для автоматического отождествления участка неба по каталогу. Чтобы получить выражение для  $\sigma$ , мысленно перейдем в систему координат  $t^*, \delta^*$ , полюсом которой является оптический центр (ОЦ) кадра. Полюс мира и полюс орбиты будем рассматривать в ней, как обычные объекты. Тогда, очевидно, позиционный угол будет равен разности часовых углов полюса орбиты и полюса мира в этой СК:

$$\sigma = t_p^* - t_N^*. \quad (8)$$

Следовательно, нам необходимо найти формулы перехода от экваториальных координат к координатам системы  $t^*, \delta^*$ .

Пусть ОЦ снимка имеет экваториальные координаты  $t, \delta$  (Рис. 3б) и СК  $x, y, z$  связана с экваториальной СК соотношениями типа (1). Повернем эту систему на угол  $t$  вокруг оси  $z$ , получим

промежуточную СК  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ :

$$\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t & 0 \\ \sin t & \cos t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \quad (9)$$

После этого повернем промежуточную СК  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$  вокруг оси  $\bar{x}$  на угол  $\pi/2 - \delta$ . В обоих случаях выполняется левое вращение, поэтому угол берется с минусом. Упрощая, получим

$$\mathbf{x}^* = \begin{pmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \delta & -\cos \delta \\ 0 & \cos \delta & \sin \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

В целом цепочка поворотов имеет вид

$$\mathbf{x}^* = \hat{C} \hat{B} \mathbf{x} = \hat{M} \mathbf{x},$$

где  $\hat{B}$  есть матрица поворота из (9), а  $\hat{C}$  — из (10). Перемножая их, получим

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t & 0 \\ \sin \delta \sin t & \sin \delta \cos t & -\cos \delta \\ \cos \delta \sin t & \cos \delta \cos t & \sin \delta \end{pmatrix}.$$

Теперь мы можем, задавая экваториальные координаты полюса орбиты  $t_p, \delta_p$  и полюса мира  $t_N, \delta_N^3$ , найти соответствующие векторы  $\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_N$  в СК  $x, y, z$ . С помощью оператора  $\hat{M}$  переведем их в систему  $x^*, y^*, z^*$ :

$$\mathbf{x}_p^* = \hat{M} \mathbf{x}_p, \quad \mathbf{x}_N^* = \hat{M} \mathbf{x}_N.$$

<sup>3</sup>Часовой угол полюса мира в экваториальных координатах является неопределенным; можно взять произвольное значение, например  $t_N = 0$  или  $t_N = \pi/4$ , и т.д. Склонение полюса мира по определению равно  $\pi/2$ .

Разрешая зависимости

$$\begin{pmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \delta^* \sin t^* \\ \cos \delta^* \cos t^* \\ \sin \delta^* \end{pmatrix}$$

относительно  $t^*$  и  $\delta^*$  в случаях, когда  $\mathbf{x}^* = \mathbf{x}_p^*$  и  $\mathbf{x}^* = \mathbf{x}_N^*$ , найдем  $t_p^*$ ,  $\delta_p^*$  и  $t_N^*$ ,  $\delta_N^*$ . Чтобы вычислить позиционный угол  $\sigma$ , остается воспользоваться формулой (8).

## 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ СЛЕЖЕНИЯ ПУТЕМ ИНТЕРПОЛИРОВАНИЯ ЭФЕМЕРИДЫ

Для повышения точности и плавности работы моторов используется квадратичное интерполирование таблицы эфемериды [1]. Пусть моменты времени эфемериды задаются последовательностью

$$t_0, t_1, \dots, t_{i-1}, t_i, t_{i+1}, \dots,$$

а соответствующая им последовательность какой-нибудь координаты — последовательностью

$$q_0, q_1, \dots, q_{i-1}, q_i, q_{i+1}, \dots$$

При квадратичном интерполировании координата аппроксимируется полиномом 2-й степени

$$q = at^2 + bt + c,$$

так что для трех произвольных соседних точек имеем:

$$\begin{cases} q_{i-1} = at_{i-1}^2 + bt_{i-1} + c, \\ q_i = at_i^2 + bt_i + c, \\ q_{i+1} = at_{i+1}^2 + bt_{i+1} + c. \end{cases} \quad (11)$$

Рассмотрим (11) как систему линейных уравнений относительно неизвестных  $a, b, c$ :

$$\begin{cases} t_{i-1}^2 \times a + t_{i-1} \times b + c = q_{i-1}, \\ t_i^2 \times a + t_i \times b + c = q_i, \\ t_{i+1}^2 \times a + t_{i+1} \times b + c = q_{i+1}. \end{cases}$$

Находим ее определители

$$\Delta = \begin{vmatrix} t_{i-1}^2 & t_{i-1} & 1 \\ t_i^2 & t_i & 1 \\ t_{i+1}^2 & t_{i+1} & 1 \end{vmatrix}, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} q_{i-1} & t_{i-1} & 1 \\ q_i & t_i & 1 \\ q_{i+1} & t_{i+1} & 1 \end{vmatrix},$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} t_{i-1}^2 & q_{i-1} & 1 \\ t_i^2 & q_i & 1 \\ t_{i+1}^2 & q_{i+1} & 1 \end{vmatrix},$$

после чего

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta}, \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta}.$$

Чтобы от координаты  $q$  перейти к скорости  $\dot{q}$ , необходимо (11) продифференцировать по времени. Таким образом, для произвольной  $i$ -й точки получаем

$$\dot{q}_i \equiv \left. \frac{dq_i}{dt} \right|_{t_i} = 2at_i + b.$$

Этот алгоритм применим к любым координатам, будь то собственные или экваториальные, декартовы или сферические. Необходимо только иметь таблицу зависимости данной координаты от времени. На SBG в качестве исходной таблицы используются “экваториальные” эфемериды ИСЗ с шагом по времени в 1 с и 10 мин. Если наблюдения выполняются при экваториальной конфигурации монтировки, то скорости для приводов получают интерполированием углов  $t, \delta$  этой таблицы (слежение за относительно медленными объектами выполняется в экваториальной системе с помощью подпрограммы “Карта” [2]). Если же для наблюдений 3-я ось камеры ориентируется в полюс орбиты спутника, то из экваториальной эфемериды сначала получается таблица с тем же шагом 1 с для собственной (“повернутой”) системы координат<sup>4</sup>, после чего скорости для моторов вычисляются интерполированием  $t', \delta'$  последней таблицы.

Практика показала, что квадратичная интерполяция требуется только для более “быстрой” 3-й оси. Для вычисления скоростей 4-й оси достаточно простых разностей (линейная интерполяция).

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение описанных алгоритмов для камеры SBG позволило в полной мере восстановить наблюдения быстролетающих ИСЗ с установкой 3-й оси в полюс орбиты. В частности, простой алгоритм получения координат полюса орбиты путем усреднения векторных произведений  $[\mathbf{r}_i \times \mathbf{r}_{i+1}]$  дает неплохой результат: основное слежение за ИСЗ идет за счет поворота телескопа вокруг 3-й оси, а скорость поворота вокруг 4-й оси на порядок меньше. Преобразования  $\hat{U}$  для экваториальной и собственной СК позволяют в реальном времени вычислять и выводить на монитор координаты оптического центра трубы в обеих системах.

<sup>4</sup>Преобразование  $\hat{U}$  и последующие — см. раздел 3.

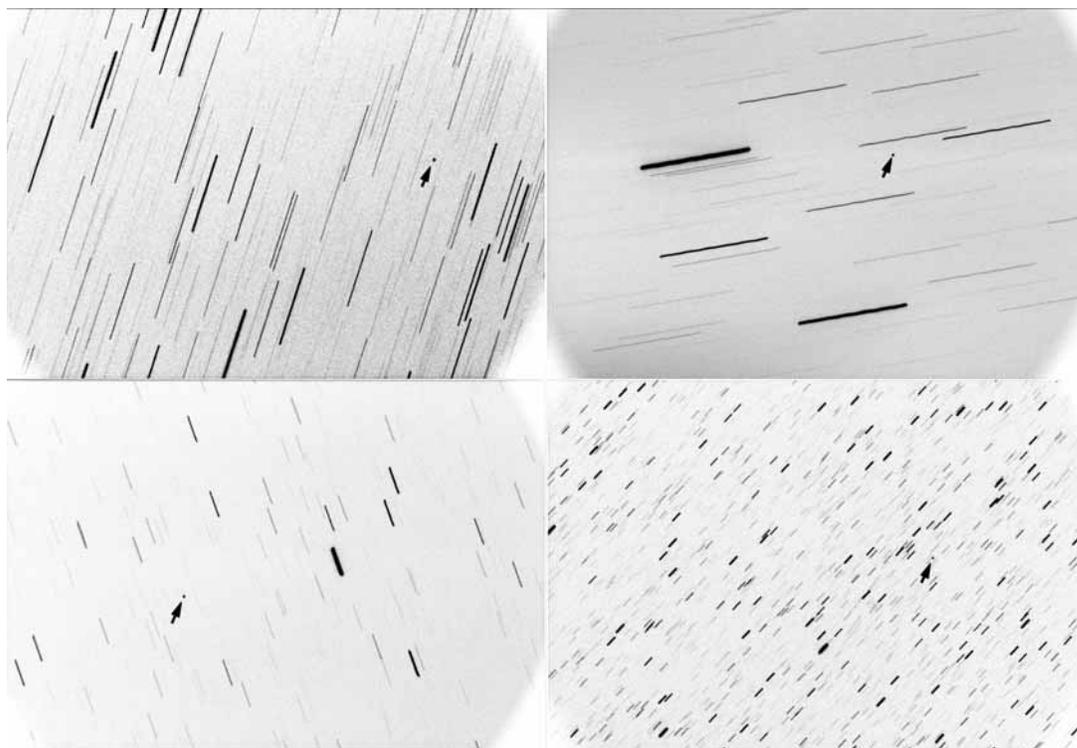


Рис. 4. Примеры снимков ИСЗ с разными скоростями слежения  $\dot{t}$ ,  $\dot{\delta}$ .

При получении снимка позиционный угол  $\sigma$  записывается непосредственно в выходной FITS-файл с изображением и в дальнейшем учитывается программой астрометрической обработки [3]. Последняя при отождествлении снимка с опорным каталогом автоматически "поворачивает" пробный участок каталога на угол  $\sigma$  и оценивает степень корреляции его с изображением.

В настоящее время с помощью SBG в основном приходится наблюдать спутники со сравнительно небольшими видимыми скоростями — до  $100'' \text{c}^{-1}$ . Эфемерида объекта загружается в массивы, после чего циклически интерполируется с целью получения координат и скоростей по  $t$  и  $\delta$ . Программируемые генераторы вырабатывают необходимые частоты, а шаговые двигатели вращаются с соответствующими скоростями. Как правило, если объект попал в кадр и слежение запущено вовремя, то в течение всего времени получения серии (10 снимков с интервалами в 1 минуту) он "не сдвинется с места". Звезды при этом вычерчивают треки под непривычными углами (см. Рис. 4), но скорости трубы  $\dot{t}$ ,  $\dot{\delta}$  по осям также записываются в FITS-файл и позволяют программе обработки "дешифровать" картину.

Помимо ИСЗ, на камере SBG в настоящее время ведутся также наблюдения малых тел Солнечной системы — астероидов и комет [4]. Это-

му способствует большая светосила оптической системы и простота наведения: достаточно задать координаты или загрузить эфемериду. В последнем случае можно наблюдать со слежением, что в случае заметного собственного движения может помочь выявить предельно слабые детали объекта.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке по программе "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2012 годы" (государственный контракт No. 16.518.11.7074).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Астрономический календарь, постоянная часть*, ред. В. К. Абалакин (Наука, Москва, 1981), с.507–512.
2. Д. В. Гламазда, *Astrophysical Bulletin* **67**, (2012).
3. Э. Д. Кузнецов, П. Е. Захарова, в *Трудах конференции "Околоземная астрономия"*, Казань, 2009 (ГЕОС, Москва, 2010) с.267.
4. Г. Т. Кайзер, Ю. З. Вибс, Д. В. Гламазда, П. В. Скрипниченко, в *Трудах конференции "Околоземная астрономия"*, (Красноярск, 2011), с.124.

## Principal Algorithms for the Control of Kourovka Observatory SBG Camera

**D. V. Glamazda**

We report the algorithms used in the software of the upgraded SBG camera. Fast-moving satellites are observed in the “rotated” coordinate system where one of the axes points towards the pole of the object’s orbit. The ephemeris for this coordinate system is computed based on the ephemeris for the equatorial coordinate system using special transition matrices. The parameters of the matrices are the coordinates of the orbital pole, which are found by averaging the vector products of the radius vectors of the consecutive positions of the satellite. The position angle of the image is computed as the difference between the hour angles of the orbital and celestial poles in the coordinate system, the pole of which coincides with the optical center of the frame. The speed of object tracking is computed via quadratic interpolation of the ephemeris in the “rotated” coordinate system.

Keywords: *methods: observational—telescopes*